

Рабочая программа
элективного курса «Алгебра плюс: Элементарная алгебра с точки зрения высшей математики»
для обучающихся 10-11 классов

1. Результаты освоения курса внеурочной деятельности

Освоение элективного курса «Алгебра плюс: Элементарная алгебра с точки зрения высшей математики» должно обеспечивать достижение на уровне среднего общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются:

Гражданское воспитание:

сформированностью гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.), умением взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением.

Патриотическое воспитание:

сформированностью российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики.

Духовно-нравственного воспитания:

осознанием духовных ценностей российского народа; сформированностью нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного; осознанием личного вклада в построение устойчивого будущего.

Эстетическое воспитание:

эстетическим отношением к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений; восприимчивостью к математическим аспектам различных видов искусства.

Физическое воспитание:

сформированностью умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); физического совершенствования, при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью.

Трудовое воспитание:

готовностью к труду, осознанием ценности трудолюбия; интересом к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умением совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы; готовностью и способностью к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни; готовностью к активному участию в решении практических задач математической направленности.

Экологическое воспитание:

сформированностью экологической культуры, пониманием влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознанием глобального характера экологических проблем; ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды.

Ценности научного познания:

сформированностью мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

Метапредметные результаты

Метапредметные результаты освоения программы учебного предмета «Математика» характеризуются овладением универсальными *познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями, универсальными регулятивными действиями.*

1) *Универсальные познавательные действия, обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).*

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные суждения и выводы;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;
- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;
- оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

2) *Универсальные коммуникативные действия, обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач; принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды; оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия, обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов; владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Предметные результаты

Освоение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» на уровне среднего общего образования должно обеспечивать достижение следующих предметных образовательных результатов:

10 класс

- представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- умений применения методов доказательств и алгоритмов решения; умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- стандартных приемов решения рациональных и иррациональных, показательных, логарифмических, степенных неравенств, их систем;
- умений обосновывать необходимость расширения числовых множеств (целые, рациональные, действительные числа) в связи с развитием алгебры (решение уравнений, основная теорема алгебры);
- представления об операциях извлечения корня и возведения в степень; овладение понятием логарифма;
- представления о свойствах корней, степеней и логарифмов; овладение техникой их применения в ходе выполнения тождественных преобразований; усовершенствование техники преобразования рациональных выражений;
- умений описывать круг математических задач, для решения которых требуется введение новых понятий (степень, арифметический корень, логарифм);
- умений приводить примеры реальных явлений (процессов), количественные характеристики которых описываются с помощью функций; использовать готовые компьютерные программы для иллюстрации зависимостей; описывать свойства функций с опорой на их графики; соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, делать выводы о свойствах таких зависимостей.

11 класс

- представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- умений применения методов доказательств и алгоритмов решения; умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- представлений о широком наборе формул тригонометрии; овладение техникой их применения в ходе выполнения тождественных преобразований; усовершенствование техники преобразования тригонометрических выражений;
- стандартных приемов решения тригонометрических уравнений и неравенств;
- умений описывать круг математических задач, для решения которых требуется введение новых понятий (степень, арифметический корень, логарифм; синус, косинус, тангенс, котангенс; арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс);
- умений приводить примеры реальных явлений (процессов), количественные характеристики которых описываются с помощью функций; использовать готовые компьютерные программы

для иллюстрации зависимостей; описывать свойства функций с опорой на их графики; соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, делать выводы о свойствах таких зависимостей.

2. Содержание

10 класс

Тема 1. Логика алгебраических задач (7ч).

Элементарные алгебраические задачи как предложения с переменными.

Множество решений задачи. Следование и равносильность (эквивалентность) задач.

Уравнения с переменными. Числовые неравенства и неравенства с переменной. Свойства числовых неравенств.

Сложные (составные) алгебраические задачи. Конъюнкция и дизъюнкция предложений. Системы и совокупности задач.

Алгебраические задачи с параметрами.

Логические задачи с параметрами. Задачи на следование и равносильность.

Интерпретация задач с параметрами на координатной плоскости.

Тема 2. Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения (19ч).

Представление о целых рациональных выражениях. Многочлены над полями R , Q и над кольцом Z . Степень многочлена. Кольца многочленов.

Делимость и деление многочленов с остатком. Алгоритмы деления с остатком.

Теорема Безу. Корни многочленов. Следствия из теоремы Безу: теоремы о делимости на двучлен и о числе корней многочленов. Кратные корни.

Полностью разложимые многочлены и теорема Виета. Общая теорема Виета.

Элементы перечислений комбинаторики: перестановки, сочетания, размещения, перестановки с повторениями. Формула Ньютона для степени бинома. Треугольник Паскаля.

Квадратный трёхчлен: линейная замена, график, корни, разложение, теорема Виета.

Квадратичные неравенства: метод интервалов и схема знаков квадратного трёхчлена.

Кубические многочлены. Теорема о существовании корня у полинома нечётной степени. Угадывание корней и разложение.

Куб суммы/разности. Линейная замена и укороченное кубическое уравнение. Формула Кардано.

Графический анализ кубического уравнения $x^3 + Ax = B$. Неприводимый случай (три корня) и необходимость комплексных чисел.

Уравнения степени 4. Биквадратные уравнения. Представление о методе замены.

Линейная замена, основанная на симметрии.

Угадывание корней. Разложение. Метод неопределённых коэффициентов. Схема разложения Феррари.

Полиномиальные уравнения высших степеней. Понижение степени заменой и разложением. Теоремы о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.

Приёмы установления иррациональности и рациональности чисел.

Тема 3. Рациональные алгебраические уравнения и неравенства (9ч).

Представление о рациональных алгебраических выражениях. Симметрические, кососимметрические, возвратные многочлены и уравнения.

Дробно-рациональные алгебраические уравнения. Общая схема решения.

Метод замены при решении дробно-рациональных уравнений.

Дробно-рациональные алгебраические неравенства. Общая схема решения методом сведения к совокупности систем.

Метод интервалов решения дробно-рациональных алгебраических неравенств.

Метод оценки. Использование монотонности. Метод замены при решении неравенств.

Неравенства с двумя переменными. Множества решений на координатной плоскости. стандартные неравенства. Метод областей.

11 класс

Тема 1. Рациональные алгебраические системы (5ч).

Уравнение с несколькими переменными. Рациональные уравнения с двумя переменными. Однородные уравнения с двумя переменными.

Рациональные алгебраические системы. Метод подстановки. Метод исключения переменной. Равносильные линейные преобразования систем.

Однородные системы уравнений с двумя переменными.

Замена переменных в системах уравнений.

Симметрические выражения от двух переменных. Теорема Варинга-Гаусса о представлении симметрических многочленов через элементарные. Рекуррентное представление сумм степеней через элементарные симметрические многочлены.

Системы Виета и симметрические системы с двумя переменными.

Метод разложения при решении систем уравнений.

Метод оценок и итераций при решении систем уравнений.

Оценка значений переменных.

Сведение уравнений к системам.

Системы с тремя переменными. Основные методы.

Системы Виета с тремя переменными.

Тема 2. Иррациональные алгебраические задачи (15ч).

Представление об иррациональных алгебраических функциях. Понятие арифметических и алгебраических корней. Иррациональные алгебраические выражения и уравнения.

Уравнения с квадратными радикалами. Замена переменной. Замена с ограничениями.

Неэквивалентные преобразования. Сущность проверки.

Метод эквивалентных преобразований уравнений с квадратными радикалами.

Сведение иррациональных и рациональных уравнений к системам.

Освобождение от кубических радикалов.

Метод оценки. Использование монотонности. Использование однородности.

Иррациональные алгебраические неравенства. Почему неравенства сложнее уравнений?

Эквивалентные преобразования неравенств. Стандартные схемы освобождения от радикалов в неравенствах (Сведение к системам и совокупностям систем).

«Дробно-иррациональные» неравенства. Сведение к совокупностям систем.

Теоремы о промежуточном значении непрерывной функции. Определение промежутков знакопостоянства непрерывных функций. Метод интервалов при решении иррациональных неравенств.

Замена при решении иррациональных неравенств.

Использование монотонности и оценок при решении неравенств.

Уравнение с модулями. Раскрытие модулей - стандартные схемы. Метод интервалов при раскрытии модулей.

Неравенства с модулями. Простейшие неравенства. Схема освобождения от модулей в неравенствах.

Эквивалентные замены разностей модулей в разложенных и дробных неравенствах (правила знаков).

Иррациональные алгебраические системы. Основные приемы.

Смешанные системы с двумя переменными

Тема 3. Алгебраические задачи с параметрами (15ч).

Что такое задача с параметрами? Аналитический подход. Выписывание ответа (описание множеств решений) в задачах с параметрами.

Рациональные задачи с параметрами. Запись ответов.

Иррациональные задачи с параметрами. «Собирание» ответов.

Задачи с модулями и параметрами. Критические значения параметра.

Метод интервалов в задачах с параметрами.

Замена в задачах с параметрами.

Метод разложения в задачах с параметрами. Разложение с помощью разрешения относительно параметра.

Системы с параметрами.

Метод координат (метод «Оха», или горизонтальных сечений) в задачах с параметрами. Идея метода.

Метод «Оха» при решении рациональных и иррациональных алгебраических уравнений с параметрами. Уединение параметра и метод «Оха».

Метод «Оха» при решении рациональных иррациональных алгебраических неравенств и систем неравенств с параметрами.

Метод областей в рациональных и иррациональных неравенствах с параметрами.

Замена при использовании метода «Оха».

Задачи с модулями и параметрами.

Задачи на следование и равносильность задач с параметрами. Аналитический подход. Метод координат.

Применение производной при анализе и решении задач с параметрами.

3. Тематическое планирование

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			НРЭО	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
10 класс						
1.	Логика алгебраических задач	7		1	Использование алгебры логики в профессии программиста	Библиотека ЦОК
2.	Многочлены и полиномиальные алгебраические уравнения.	18		2	Использование теории многочленов в финансовой математике для моделирования финансовых рынков и прогнозирования цен на активы, в криптографии для обеспечения безопасности и защиты информации	Библиотека ЦОК
3.	Рациональные алгебраические уравнения и неравенства.	9		2	Развитие математической науки на территории Челябинской области	Библиотека ЦОК
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34		5		
11 класс						
1.	Рациональные алгебраические системы	5			Решение задач с использованием данных металлургических комбинатов Челябинской области	Библиотека ЦОК
2.	Иррациональные алгебраические задачи	14		4	Иррациональные алгебраические задачи в технических специальностях Челябинской области	Библиотека ЦОК
3.	Алгебраические задачи с параметрами	15		2	Задачи с параметрами при проектировании техники, анализе экономических показателей в Челябинской области	Библиотека ЦОК

№ п/ п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			НРЭО	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34		6		